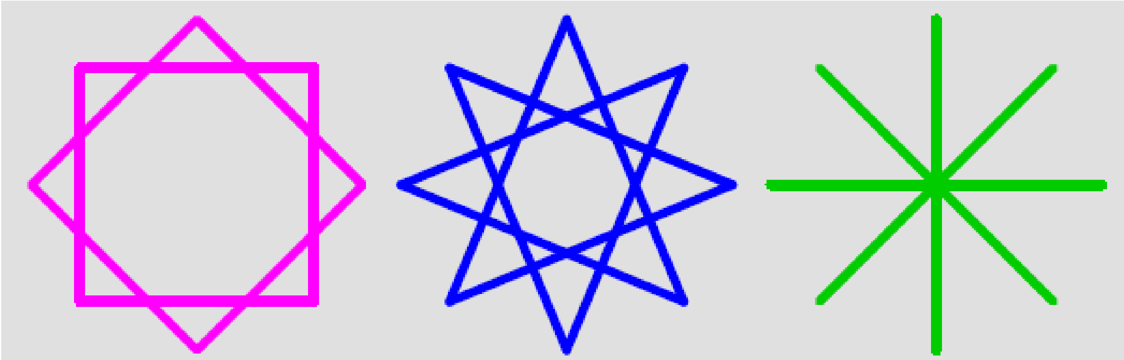
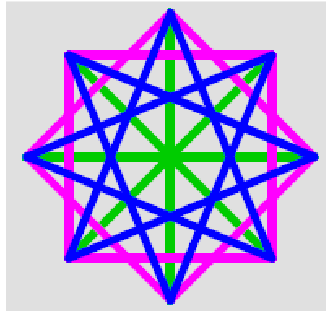
# OCTUBRE

| LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DO. |
|---|---|---|---|---|---|---|





**1**

**2**

1.- Si $\mathbf{x} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$ e $\mathbf{y} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$ comparar $\mathbf{x^y}$ con $\mathbf{y^x}$

2.- Prueba que, para todo entero positivo n:

$\mathbf{1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (-1)^n \cdot (n-1)^2 + (-1)^{n+1} \cdot n^2 = (-1)^{n+1} \cdot (1 + 2 + \cdots + n)}$

**3**

**4** **5**

Sea n un entero positivo fijo. A cualquier elección de n números reales que cumplan $0 \le x_i \le 1$ ($i \in \{1, 2, .., n\}$) les hacemos corresponder la suma

$$\sum_{1\le i<j\le n} |x_i - x_j| = |x_1 - x_2| + |x_1 - x_3| + \cdots + |x_1 - x_n| + |x_2 - x_3| + .. + |x_2 - x_n| + \ldots + |x_{n-1} - x_n|$$

Halla el mayor valor posible de esta suma

**6**

Simplifica:

$$\sqrt[3]{\frac{1\cdot 2\cdot 4 + 2\cdot 4\cdot 8 + \cdots + n\cdot 2n\cdot 4n}{1\cdot 3\cdot 9 + 2\cdot 6\cdot 18 + \cdots + n\cdot 3n\cdot 9n}}$$

**7**

**8**

Una función y = f(x) se dice periódica si existe un número real positivo p tal que f(x + p) = f(x) para todo x. Por ejemplo, y = sen x es periódica de periodo $2\pi$. ¿Es periódica la función:

**y = sen (x²)**?

Demuestra tu afirmación.

**9**

Una sucesión $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots$ cumple que $a_1 = ½$ y $a_1+a_2+\cdots+a_n = n^2 \cdot a_n$, para cualquier n. Determina el valor de $a_n$

**10**

**11**

Sean A, B, C y D cuatro puntos consecutivos de una circunferencia y P, Q, R y S los puntos medios de los arcos AB, BC, CD y DA. Prueba que PR ⊥ QS

**12**

**13**

Para cada real r, se define:

$$[r] = \max\{z \in \mathbb{Z} \mid z \le r\}$$

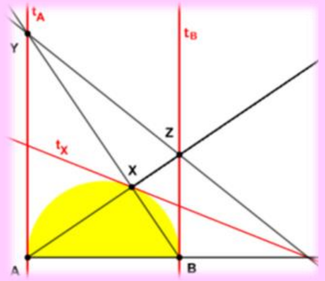
(e. g. [6] = 6; $[\pi]$ = 3; [-1,5] = -2)). Dibuja en el plano (x, y) el conjunto de puntos:

$$[x]^2 + [y]^2 = 4$$

**14**

Dados cuatro pesos que están en progresión aritmética y una balanza de dos brazos, muestra como hallar el peso más grande utilizando la balanza únicamente dos veces

**15**




**16**

Dado un círculo de diámetro AB y un punto X diferente de A y de B, sean $t_A$, $t_B$ y $t_X$ las tangentes al círculo en A, B y X. Sea Z la intersección de AX con $t_B$ e Y la intersección de BX con $t_A$. Prueba que las tres rectas AB, $t_X$ y ZY son concurrentes o paralelas

**17**

**18** **19**

Tenemos una cantidad ilimitada de sellos de 8 centavos y de 15 centavos. Algunas cantidades de franqueo postal no se pueden obtener exactamente, e. g. 7 centavos o 29 centavos. ¿Cuál es la cantidad más grande que no se puede obtener exactamente, i. e. la cantidad de franqueo que no se puede alcanzar exactamente, mientras que todas las cantidades mayores son alcanzables?

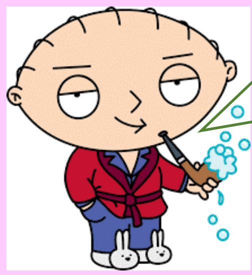
**20**

Sea dado un círculo y AB uno de sus diámetros. Sea C un punto fijo de AB y Q un punto variable sobre la circunferencia del círculo. Sea P un punto de la línea determinada por Q y C para el que:

$$AC/_{CB} = QC/_{CP}$$

Describe el lugar geométrico del punto P

**21**



**22**

Demuestra que, si un número es racional, la parte decimal, la parte entera y el número no pueden estar en progresión geométrica.

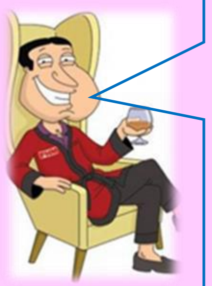
Halla un número positivo tal que su parte decimal, su parte entera y el número estén en progresión geométrica

**23**

Sea n un entero positivo. Prueba que si n es una potencia de 2 entonces n no se puede poner como suma de enteros positivos consecutivos

**24**

**25**



**26**

Supongamos:

$$\mathbf{n\cdot(n+1)\cdot a_{n+1} = n\cdot(n-1)\cdot a_n - (n-2)\cdot a_{n-1}}$$

para todo entero positive $n \ge 1$. Si $a_0 = 1$ y $a_1 = 2$, halla:

$$\sum_{i=0}^{50} \frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{a_0}{a_1} + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_{50}}{a_{51}}$$

**27**

**28**

Sea ABCD un rectángulo con BC = 3·AB. Prueba que si P y Q son puntos de BC con BP = PQ = QC, entonces:

∠DBC + ∠DPC = ∠DQC

**29**

**30**

A dos estudiantes de séptimo grado se les permitió jugar en un torneo de ajedrez para estudiantes de octavo grado. Cada pareja de participantes jugó una vez entre sí y cada uno de los participantes recibió un punto por ganar cada partida, medio por hacer tablas y cero puntos `por partida perdida. Los dos estudiantes de séptimo grado recibieron un total de ocho puntos y los estudiantes de octavo grado obtuvieron, todos ellos, la misma cantidad de puntos. ¿Cuántos estudiantes de octavo grado participaron en el torneo? ¿Es la solución única?

**31**